

### CONCENTRACION Y DEMOCRATIZACION

Un alcance metodológico- técnico sobre el estudio de la distribuc ción.





Documento de Trabajo UIO/15.5.79/001



"La responsabilidad intelectual de este escrito, que no representa necesariamente la opinión de la Facultad o de sus autoridades, es únicamente del autor".

Werner Ackermann
(FLACSO-Quito)

Fernando Cortés
(FLACSO-México)

CONCENTRACION Y DEMOCRATIZACION Un alcance metodológico-técnico sobre el estudio de la distribución.

Quito, abril de 1979



Documento de Trabajo UIO/15.5.79/001



"La responsabilidad intelectual de este escrito, que no representa necesariamente la opinión de la Facultad o de sus autoridades, es únicamente del autor".

Werner Ackermann

Prohibida su reproducción parcial o total sin la expresa autorización de sus autores y de la FLACSO.

CONCENTRACION Y DEMOCRATIZACION

Un alcance metodológico-técnico sobre el estudio de la distribución.

Ouito, abril de 1979

## I. INTRODUCCION\*

Las técnicas estadísticas que permiten estudiar la concentración\*\* de variables tales como: el ingreso, la propiedad de la tierra, el acceso al crédito, etc., han sido abundantemente utilizadas. Entre ellas se ha recurrido con mayor frecuencia al coeficiente de concentración de Gini y al diagrama de Lorenz. Sólo recientemente han surgido algunas aplicaciones del coeficiente entrópico de Theil\*\*\*.

<sup>&</sup>quot;/ Una versión preliminar de este trabajo fue presentada en noviembre de 1978 en un seminario metodológico, organizado por el Prof. Ayrton Fausto en Quito (Ecuador) con el patrocinio conjunto de la Pontificia Universidad Católica del Ecuador y la Facultad Latinoame ricana de Ciencias Sociales, Sede Académica Quito.

Dado el tema central de este artículo es conveniente precisar desde la partida el uso que se dará al térmi no concentración y establecer su vinculación con la idea de equidistribución. No queremos que al encontrar este término el lector intuitivamente evoque un antónimo del concepto de dis persión, representándoselo entonces como la ubicación de las observaciones en el entorno del promedio. Es decir, no debe pensarse en una relación inversa entre dispersión y concentración: a mayor dispersión, menor concentración y viceversa. Al contrario, cuando las observaciones se ubican en la vecindad de la media aritmética, diremos que hay menor concentración de la variable y cuando se alejan del promedio, hablaremos de una mayor concentración. Esta decisión se basa en el intento de establecer las vinculaciones, entre los procedimientos estadísticos usuales para estudiar la concentración y la posible utilización de la noción de varianza para estos mismos fines. En el texto se muestra la equivalencia lógica entre la línea de equidistribución y la media aritmé-

<sup>\*\*\*/</sup> Ver, por ejemplo, los trabajos del equipo de O. Altimir, de la CEPAL, y la investigación de W. Van Ginneken, "Análisis de descomposición del Índice de Theil aplicado a la distribución del ingreso familiar en México", Economía y Demografía, Vol. IX, No. 1, 1975.

En este trabajo presentamos una revisión somera de los aspectos que, a nuestro juicio, constituyen las propied dades básicas del índice de Gini. Trataremos de establecer las condiciones que enmarcan su utilización corriente y nos preocuparemos por desarrollar algunos caminos analíticos que emergen de su definición y que permitirían extender su aplicación.

Nuestro interés consiste básicamente en indagar respecto a técnicas estadísticas que nos permitan examinar los cambios en los niveles de concentración. Es decir, no nos preocuparemos tanto por analizar maneras alternativas para medir el grado de concentración presente en una distribución de frecuencias, sino más bien nos interesaremos por desarrollar algunas vías que nos permitan estudiar comparativamente la concentración de dos o más distribuciones.

El contraste entre los niveles de concentración exhibidos por dos o más distribuciones se puede referir a comparaciones ubicadas en el tiempo o en el espacio. En el primer caso se trataría de indagar, por ejemplo, el patrón que ha seguido el cambio en la distribución del ingreso o de la propiedad agrícola a lo largo de varios años. segundo, nos preocuparíamos por las diferencias entre las distribuciones de ingreso o de propiedad en varias regiones de un mismo país o entre varios países. A partir de la delimitación de la problemática que pretendemos abordar en este artículo, definida dentro del ámbito técnico-estadísti co y centrada en el análisis de la variación experimentada por los grados de concentración de dos o más distribuciones de frecuencias, nos proponemos como tarea examinar las potencialidades del índice de concentración de Gini e investi gar la pertinencia de la utilización del concepto de varian za para estos fines.

De acuerdo a estas orientaciones generales, organizaremos los temas a desarrollar de la siguiente manera:

- 1) Revisión de las propiedades básicas del coeficiente de concentración de Gini, con sugerencias de algunas vías para extender su campo de aplicación (segunda sección).
- 2) Desarrollo del teorema de la descomposición de la varianza para su uso en el análisis de las alteraciones en los niveles de concentración de dos o más distribuciones (tercera sección).
- 3) Una aplicación de la técnica expuesta en la tercera sección a un conjunto de datos reales (cuarta sección).

  Dado nuestro interés -en este trabajo- por los aspectos técnicos y metodológicos involucrados en este tipo de estudio, nos limitaremos a destacar las potencialidades analíticas del instrumento, obviando consideraciones de orden teórico y práctico que podrían surgir con facilidad del examen de los datos.
- 4) En la última sección presentaremos las conclusiones generales que se derivan del material expuesto a lo lar go del trabajo.

nillors o mediabas o spills

### II. ORIGEN DEL PROBLEMA

El Índice de Gini ha sido habitualmente utilizado como un indicador del grado de concentración existente en la distribución de una variable. Intenta reflejar como se distribuye un monto total entre un conjunto de unidades. Así, por ejemplo, puede utilizarse para medir el grado de concentración del volumen total de créditos existentes en un país (para un período determinado) entre el conjunto de esta blecimientos industriales, o bien para analizar el grado de concentración de la propiedad de la tierra entre distintos

tipos de tenencias, o la distribución más o menos equitativa del capital manufacturero entre los empresarios, etc.

El coeficiente de Gini se usa con particular frecuencia para el estudio de la concentración del ingreso. En este tipo de aplicación se busca disponer de una medida global que permita caracterizar la forma como se reparte el producto de la actividad económica entre distintas unidades sociales. Aún cuando lo habitual sea tomar como unidades tramos de ingresos (se analiza la distribución del ingreso entre categorías estadísticas), nada impediría en principio\* que ellas estén formadas por agregados de otra naturaleza, tales como categorías ocupacionales o clases sociales.

Si bien el estudio del nivel de concentración del ingreso puede tener un interés teórico y práctico en sí, no son escasos los análisis donde el objetivo reside en la comparación entre dos o más momentos en el tiempo para una misma distribución, o entre dos o más puntos en el espacio, para distintas distribuciones. En el primer caso el propósito podría consistir en examinar cómo la política global de desarrollo aplicada sobre cierto lapso ha incidido en el proceso de concentración o desconcentración del ingreso. En el segundo caso, lo que podría interesar sería contrastar es tilos o modelos de desarrollo que conducen a diferentes maneras de repartir el producto social.

Cabe señalar, sin embargo, que al comparar los grados de concentración entre dos o más distribuciones (ya sea en el espacio o en el tiempo) debe distinguirse con nitidez entre los aspectos relativos y absolutos involucrados en la

<sup>\*/</sup> Para su cálculo el índice de Gini supone que las observaciones deben ordenarse. La jerarquización de los datos se puede hacer fácilmente al interior de una categoría. Pero es posible que surjan dificultades en el ordenamiento de las características cuando se superponen las observaciones.

comparación. En efecto, podríamos observar para un mismo país el aumento del nivel de concentración del ingreso en dos momentos en el tiempo, sin que ello implique un deterio ro absoluto de la capacidad de compra de los consumidores, por cuanto podría haber ocurrido simultáneamente un aumento sustancial en los promedios de ingresos reales en todas y cada una de las distintas unidades. Es decir, si bien el ingreso se ha concentrado ello se ha producido conjuntamente con una elevación de los ingresos medios.

Atendamos, en primer lugar, a los aspectos relativos contenidos en la idea de concentración. El estudio de la distribución de una variable entre un conjunto de unidades, implica necesariamente una comparación entre la distribución observada y una distribución teórica. Es decir, la mayor o menor concentración se definirá con respecto a una distribución teórica de frecuencias, construida sobre la base de una norma. La idea normativa que subyace al coeficiente de concentración de Gini es la de una distribución "democrática" \*: si las unidades observadas son individuos, a cada quien le corresponderá lo mismo; si son agregados, a cada uno corresponderá un monto proporcional a su tamaño. Esta norma se expresa geométricamente por medio de la linea de equidistribución; también podría representarse aritméticamente a través de un promedio: si a cada unidad individual le correspon de un valor igual al promedio tendríamos un caso de equidistribución perfecta; lo mismo acontecería si cada agregado ob tuviese un monto igual al producto de su tamaño por el prome dio.

En cuanto a los aspectos <u>absolutos</u> involucrados en la comparación de grados de concentración entre distribuciones,

<sup>\*/</sup> Véase H. Alker, El uso de la matemática en el análisis político (Amorrortu Editores, Buenos Aires, 1969), Cap.

hay que notar que las normas a las que se refieren los aspectos relativos, pueden estar situadas en distintos niveles. Así por ejemplo, si la norma democrática es expresada a través de la media aritmética, dos distribuciones pueden tener diferentes promedios aunque presenten el mismo grado de concentración. El caso inverso sería el de dos o más distribuciones de frecuencias que presenten el mismo promedio, pero diferente grado de concentración\*. En cualquier situación real seguramente nos encontramos con mezclas en que ha variado tanto la concentración como el nivel absoluto de ingreso. En la sección siguiente presentamos un desarrollo que permitiría separar entre ambas fuentes de variación.

De las líneas anteriores puede extraerse como conclusión parcial que en el uso del coeficiente de Gini con fines comparativos, deben tomarse precauciones para no inferir a partir de una diferencia entre dos valores un mejoramiento o un deterioro de los montos absolutos de ingresos percibidos por las unidades. Esta reserva metodológica no emerge de una deficiencia inherente al indicador de Gini, sino que surge debido al intento de emplearlo para predicar sobre cambios en la distribución. El coeficiente ha sido diseñado para medir concentración en una distribución. Su aplicación sobre varias distribuciones de frecuencias, para analizar sus diferencias en cuanto a concentración, implica una extensión en el empleo del índice que fuerza los límites de su construcción. Es por ello que su uso comparativo debe ser acompañado de las precauciones que se han indicado.

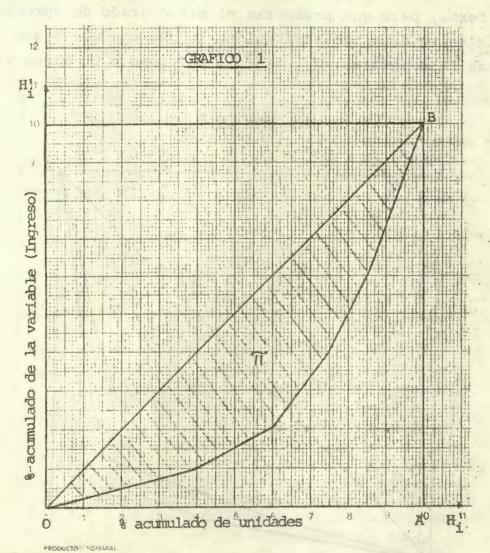
Además de esta limitación en cuanto a la aplicación del coeficiente de Gini, es menester considerar un problema

<sup>\*/</sup> Se podría agregar una tercera dimensión en el diagrama de Lorenz que representaría el valor de los promedios. A partir de este diagrama sería posible definir un coeficien te de Gini en el espacio, que tomaría en cuenta tanto los aspectos absolutos como relativos involucrados en la concentración.

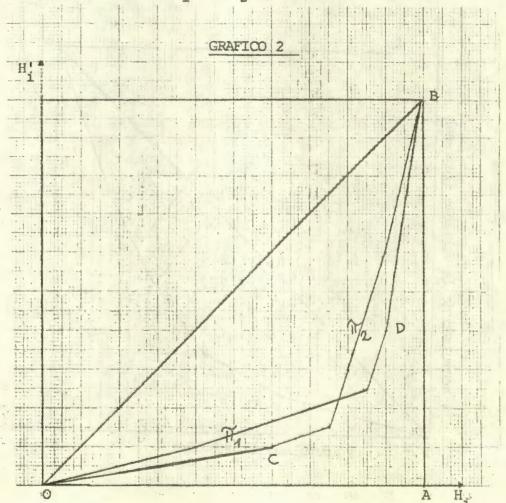
específico que surge también en el ámbito de la comparación, pero que puede ser considerado como una debilidad en su construcción.

Como es sabido el índice de concentración de Gini se define como la relación entre el área limitada por la línea de equidistribución y la curva de Lorenz, y el área del triángulo rectángulo cuya hipotenusa es la línea de equidistribución y los catetos son las frecuencias relativas acumuladas de las unidades y de la variable.

El coeficiente se puede definir gráficamente como el cociente entre el área  $\widehat{n}$  y el área del triángulo rectángulo OAB, del diagrama de Lorenz (ver gráfico 1).



Del gráfico se desprende que el área no sólo cambiará de valor en función de alteraciones en la forma de la curva de Lorenz, por cuanto la línea de equidistribución es constante por representar la norma. Esto quiere decir que en el diagrama de Lorenz el área del triángulo OAB será cons tante (e igual a 0,5) cualquiera que sea la curva de Lorenz. En cambio no acontece lo mismo con el área de no , puesto que su valor depende de la cercanía o lejanía de dicha curva en relación a la equidistribución. Ahora bien, el grado de aproximación entre ambas líneas puede ser interpretado como una característica agregada de la distribución de frecuencias, ya que dos o más distribuciones pueden presentar el mismo gra do de aproximación, pero diferir en su forma. Para ilustrar este caso incluímos el gráfico II, en que hemos representado dos curvas de Lorenz (las curvas OCB y ODB) que tienen distin ta forma, pero que presentan el mismo grado de aproximación a la recta de equidistribución, lo que conduce a que ambas áreas sean iguales  $(\mathcal{N}_1 = \mathcal{N}_2)$ , así como a un mismo valor del



, 8".

coeficiente de concentración de Gini.

Si bien el índice de concentración de Gini puede ser considerado como un buen indicador del nivel agregado de concentración de una variable, presenta la limitación de no ser sensible a la manera como se llega a ese resultado. Así por ejemplo, en el estudio comparativo de dos distribuciones de ingreso podríamos encontrar un mismo nivel agregado de concentración, a pesar de que en un caso el ingreso puede estar concentrado en los tramos altos y en el otro en los estratos medios. Tanto desde el punto de vista teórico cuanto práctico las dos situaciones descritas suelen conducir a conclusio nes de distinta naturaleza, las cuales pasarían inadvertidas si sólo se considerase exclusivamente el valor del coeficiente de Gini.

Para ilustrar cuantitativamente estas ideas consideramos las siguientes distribuciones hipotéticas de frecuencias de la variable ingreso personal:

CUADRO 2.1
DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS I

Niveles	Ingresos	Proporción de perceptores	Proporción de ingreso .
I **	0 - 10	0,35	0,15
II	10 - 20	0,30	0,20
III	20 - 30	0,20	0,25
IV	30 - 40	0,10	0,30
Semme se	40 - 50	0,05	on la primote en el cul
el duar-	l sequality en	1,00 = 500	1,00

Superment que el promedio se calcula a través de la ponde

vas de los perceptores.

CUADRO 2.2

DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS II

Niveles	Ingresos	Proporción de perceptores	Proporción de ingreso
I	0 - 10	0,35	0,100
II	10 - 20	0,30	0,300
III	20 - 30	0,20	0,225
IV	30 - 40	0,10	0,275
V	40 - 50	0,05	0,100
Helicos (etc.)	Jan galay 19 at	1,00	1,000

Nótese que ambas tablas tienen en común los intervalos de clases (tramos de ingresos) y las frecuencias relativas de las unidades (proporción de la población en cada tramo de ingreso). Por lo tanto, ambas distribuciones tienen el mismo promedio, vale decir, el nivel de la norma es idéntico\*.

Como el valor del coeficiente de concentración es el mismo para ambas distribuciones (0,3625) y habiendo tomado la precaución de considerar el nivel absoluto (que en este caso es constante) podríamos concluir apresuradamente que ambas distribuciones presentan la misma "concentración".

Observamos, sin embargo, que la forma en que se produce la concentración es sensiblemente diferente. En efecto, en la primera tabla la distribución del ingreso se concentra modalmente en el cuarto tramo; en tanto que en la segunda se producen concentraciones modales en el segundo y en el cuarto intervalo.

<sup>\*/</sup> Suponemos que el promedio se calcula a través de la ponde ración de las marcas de clases por las frecuencias relativas de los perceptores.

Si estas tablas correspondiesen a las distribuciones de ingresos de un país en dos momentos sucesivos en el tiem po, expresarían cambios de importancia inducidos tal vez por la política económica. De una situación que se caracterizato por concentrar el poder comprador en el tramo medio alto (cuarto intervalo) se ha pasado a otra en que se aglutina en el segundo y cuarto tramos. Estas alteraciones seguramente se habrán traducido en modificaciones del perfil de la demanda, sin cambios en el nivel absoluto del ingreso ni tampo co en el grado global de concentración.

Lamentablemente los casos concretos mezclan los tres órdenes de elementos que intervienen en los cambios de los niveles de concentración: i) cercanía o lejanía con respecto a la norma, es decir, el grado de concentración; ii) la forma de la curva de Lorenz (forma de la concentración); y iii) el nivel de la norma. Esto quiere decir que el análisis concreto supone desentrañar el papel que le corresponde a cada uno de estos elementos. Con el propósito de acercarnos a las condiciones reales del análisis estudiemos la alteración en la "concentración" del ingreso en áreas urbanas que se produjo en Ecuador entre los años 1968 y 1975.

S = 0.465 a G = 0.406. (it) has alteredioned más importantes que conducen a la descongentración del ingreso agrían una disminución significativa de perceptores un el tramo más rino acompañada por un aumento de importancia el los famaños relectivos de los tramos i y 3 (que podificios callitaticar como medio bajo y medio). Esta nueva situación se aproxima a lo que uor ge Graciarena ha denominado proceso de redistribución mesocrática, en oposición a la condentración elitaria que se detide por una redistribución an favor de los tramos más altós.

<sup>1.</sup> Graciarena, "Papes de concentración del ingreso y estilos políticos en América Latina", en Pavista de la CIPAL,
2º semestre 1076, 201, 237

CUADRO 2.3.

# POBLACION OCUPADA POR ESTRATOS DE INGRESO-AREA URBANA: AÑOS 1968 y 1975

(Datos en millones de sucres-precios de 1972)

	1968	5 - 5	1975	
Remuneración Anual (sucres)	Número de personas %	Ingreso total %	Número de personas %	Ingreso total %
0-10.500	42,8	12,1	26,7	5,5
10.500-40.000	45,5	44,1	56,2	48,1
40.000-90.000	8,5	22,6	14,5	30,4
90.000-200.000	3,1	19,8	2,1	11,1
200.000 y más	0,1	1,4	0,5	4,9

FUENTE: INEC-Encuesta de Hogares 1968 y de Población y Ocupación 1975 área urbana.

Elaboración: Junta Nacional de Planificación.

De este cuadro se deriva: (i) Un leve proceso de descon centración del ingreso. El coeficiente de Gini disminuye desde G = 0,465 a G = 0,406. (ii) Las alteraciones más importantes que conducen a la desconcentración del ingreso serían una disminución significativa de perceptores en el tramo más bajo acompañada por un aumento de importancia en los tamaños relativos de los tramos 2 y 3 (que podríamos caracterizar como medio bajo y medio). Esta nueva situación se aproxima a lo que Jor ge Graciarena\* ha denominado proceso de redistribución mesocrática, en oposición a la concentración elitaria que se define por una redistribución en favor de los tramos más altos.

<sup>\*/</sup> J. Graciarena, "Tipos de concentración del ingreso y estilos políticos en América Latina", en Revista de la CEPAL, 2° semestre 1976, 203-237.

(111) También hay que notar el incremento experimentado por el ingreso medio anual, el cual se ha elevado en este lapso en un 22.7%.

Estos cambios en la distribución del ingreso, que en última instancia se manifiestan en modificaciones en el perfil de la demanda, parecen ser coherentes con el camino seguido en materia de industrialización por Ecuador\*.

En síntesis el coeficiente de Gini parece ser un buen instrumento para indicar el grado de concentración global de una distribución.

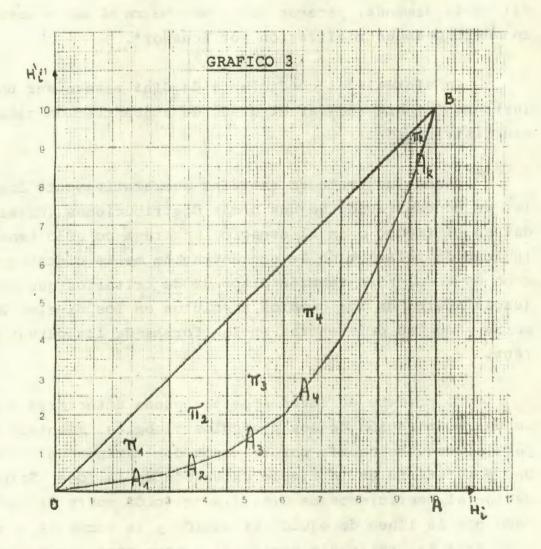
Cuando se trata de estudiar comparativamente los niveles de concentración de dos o más distribuciones (diferencia das en el tiempo o en el espacio) interesa no sólo tener una indicación relativa de la concentración de la distribución como un todo, sino también disponer de criterios que permitan juzgar acerca de los cambios absolutos en los niveles de la norma y de las diferencias en las formas de las curvas de Lorenz.

El primero de estos aspectos puede detectarse a través de una comparación de los promedios globales, mientras que para el segundo habría por lo menos dos caminos abiertos. Uno consistiría en la simple extensión de la idea básica que define al coeficiente de Gini (la relación entre el área formada por la línea de equidistribución y la curva de Lorenz, y el área del triángulo rectángulo) pero esta vez aplicado so bre cada intervalo de clase. Se establecería entonces, para cada tramo, la relación entre el área delimitada por los segmentos de la línea de equidistribución y de la curva de Lorenz

<sup>\*/</sup> Para mayores detalles, consultar J. Moncada y F. Villalobos, "Distribución del ingreso, estructura productiva y alternativas de desarrollo", mimeo, FLACSO-Quito, 1978.

correspondientes a ese intervalo y el área total definida por el mismo segmento de la línea de equidistribución y el intervalo de clase.

Estas ideas se pueden expresar gráficamente a través de:



Para analizar la forma de la distribución global bas taría con dividir los valores correspondientes a las áreas  $\mathcal{N}_i$  ( $\mathcal{N}_1$ ,  $\mathcal{N}_2$ , ...  $\mathcal{N}_k$ ) por las correspondientes áreas totales para cada tramo de la curva de Lorenz  $A_i$  ( $A_1, A_2, \ldots A_k$ ). De esta manera calcularíamos K coeficientes Gini-intervalos que podrían ser usados como indicadores de la forma de con-

centración. De este modo habríamos definido:

cmor sobsdergrand has 
$$\bigcap_{i=1,2,3,\ldots,K}$$
 and  $G_{i}=1,2,3,\ldots,K$  on one coupled as expected at an  $A_{i}$  and  $A_{i}$  and  $A_{i}$  and  $A_{i}$ 

Para obtener el coeficiente global de Gini bastaría con ponderar cada uno de los coeficientes Gini-intervalo por la relación entre el área total correspondiente al segmento de la curva de Lorenz y el área del triángulo OAB. Con las ponderaciones  $A_{\underline{i}}/\frac{1}{2}$  se concluye que:

$$G^* = 2 \sum_{i=1}^{K} G_i A_i = 2 \left( \frac{\widehat{n}_1}{A_1} A_1 + \frac{\widehat{n}_2}{A_2} A_2 + \dots + \frac{\widehat{n}_K}{A_K} A_K \right)$$

$$G^* = \frac{\sum_{i=1}^{K} \widehat{n}_i}{1/2} = \frac{\widehat{n}_1}{1/2}; \quad \text{ya que } \sum_{i=1}^{K} \widehat{n}_i = \widehat{n}$$

Luego G\* = G. The translation of the state o

Es decir, la suma ponderada de los coeficientes Giniintervalo iguala al valor global del coeficiente.

Sin embargo, en este trabajo no desarrollaremos esta línea sino que presentaremos en la siguiente sección un camino alternativo, particularmente apto para detectar cambios en los niveles y formas de la concentración.

### III. UN METODO PARA ESTUDIAR VARIACIONES DE LA CONCENTRACION

En la sección anterior se ha visto que la norma "democrática" con respecto a la cual se mide el grado de concentración de una distribución de frecuencias puede ser expresa
da geométricamente por la línea de equidistribución y aritméticamente a través del promedio.

Las desviaciones de los valores de variable con respecto a la media artimética pueden ser interpretados como una medida del grado de aproximación o lejanía en relación a la norma "democrática". Ahora bien, la varianza se puede definir conceptualmente como un promedio del cuadrado de las desviaciones con respecto a la media aritmética y por lo tanto puede ser utilizada como un indicador de la concentración de la distribución.

En realidad la varianza mantiene una relación directa con la dispersión de una distribución, es decir, con el grado de alejamiento de las observaciones con respecto al promedio. En consecuencia la vinculación con la concentración es inmediata: a mayor varianza mayor grado de concentración y viceversa.\*

Por otra parte habría que señalar que la varianza di fícilmente puede ser utilizada como un índice del grado de concentración de una distribución, por cuanto no tiene un límite superior conocido, además de que su valor es afectado por cambios de escala.

Una propiedad muy interesante de la varianza consiste en la posibilidad de descomponerla en inter e intravarian za. Si dividimos un conjunto de observaciones en G grupos, podemos realizar dos tipos de cálculos de varianzas: uno que toma en cuenta la dispersión de las medias de los G grupos con respecto al promedio general de la distribución y que origina la intervarianza; y otro que considera las dispersión nes al interior de cada uno de los G grupos, cuyo promedio

<sup>\*/</sup> Si G = 0, la varianza también será nula, ya que el área entre las líneas de equidistribución y de Lorenz sería igual a 0 debido a que a cada unidad le ha correspondido un valor igual al promedio general.

genera la intravarianza de la distribución. Es conocido el teorema que establece que el valor de la varianza total es igual a la suma de la inter más la intravarianza. Es decir:

(1) 
$$s^2 = s_d^2 + s_e^2$$

donde S<sup>2</sup> simboliza la varianza total de la distribución, S<sup>2</sup> denota la intravarianza y S<sup>2</sup> representa la intervarianza. Las fórmulas de cálculo son:

(2) 
$$S^2 = \sum (Y_i - \bar{Y})^2 h_i$$

en que Y simboliza los distintos valores de variable y el promedio general de la distribución y h las frecuencias relativas de cada intervalo de clase.

(3) 
$$S_{d,g}^2 = \sum_{i=1}^{h_g} (Y_{g,i} - \overline{Y}_g)^2 h_{g,i} \quad (g = 1, 2, ... G)$$

Esta fórmula corresponde al cálculo de la varianza dentro del grupo g, donde  $Y_{g,i}$  denota los distintos valores de variable al interior de g,  $\overline{Y}_g$  el promedio del grupo g,  $h_{g,i}$  las frecuencias relativas correspondientes a los intervalos de clases en el interior de g, y  $n_g$  el número de observaciones en g.

(4) 
$$s_d^2 = \sum_{g=1}^G s_{d,g}^2 h_g$$

La ecuación 4 representa la intravarianza de la distribución, donde h<sub>g</sub> simboliza la importancia relativa del grupo g dentro del total; por lo tanto

$$(5) h_{q} = n_{q}/n$$

donde n es el total de las observaciones de la distribución.

Por ditimo,

(6) 
$$s_e^2 = \sum_{g=1}^G (\bar{y}_g - \bar{y})^2 h_g$$

es la fórmula de la intervarianza. Todos los términos que componen esta expresión han sido previamente definidos.

Como nuestro interés consiste en el estudio de las variaciones en la concentración ya sea a través del tiempo o del espacio, necesitamos referir las distintas varianzas a un punto específico. En la próxima sección mostraremos una aplicación de los procedimientos aquí desarrollados para descomponer el cambio de la concentración del ingreso a través del tiempo; por ello presentaremos estos desarrollos referidos al tiempo. Esto no quiere decir que el procedimiento aquí expuesto sólo sea útil para hacer comparaciones temporales, ya que nada -desde el punto de vista técnico-impide hacerlo en el espacio.

Simbolicemos por  $S_p^2$  a la varianza total de la distribución en el tiempo p, y por  $S_{p+r}^2$  a la misma varianza, pero esta vez referida al tiempo p + r.

Sean  $S_{d,p}^2$  y  $S_{d,p+r}^2$  las intravarianzas en los momentos p y p + r, respectivamente.

Representemos por  $S_{e,p}^2$  y  $S_{e,p+r}^2$  las intervarianzas en los instantes p y p + r.

De acuerdo con el teorema de la descomposición de la varianza tendremos:

(7) 
$$s_p^2 = s_{d,p}^2 + s_{e,p}^2$$

(8) 
$$s_{p+r}^2 = s_{d,p+r}^2 + s_{e,p+r}^2$$

La diferencia entre (7) y (8) entrega por resultado:

(9) 
$$s_p^2 - s_{p+r}^2 = (s_{d,p}^2 - s_{d,p+r}^2) + (s_{e,p}^2 - s_{e,p+r}^2)$$

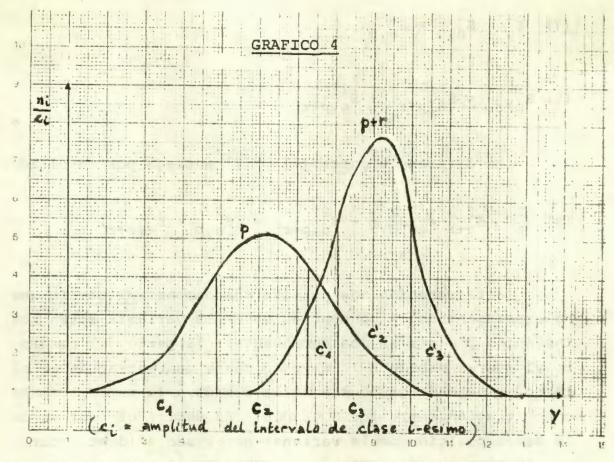
Esta ecuación nos permite descomponer el cambio que ha experimentado la concentración de la variable entre los instantes p y p+r en dos componentes: la parte del cambio total que es debida a la mayor o menor concentración en el interior de cada grupo y aquélla debida a la mayor o menor concentración entre los G grupos. Es decir, el teorema de la descomposición de la varianza nos ayuda a identificar. las fuentes que determinan el cambio en el nivel de concentración de las dos distribuciones. Si por ejemplo los G gru pos representan un conjunto de clases sociales y entre los dos períodos de tiempo ha habido una alteración en el patrón de la distribución del ingreso, podremos individualizar la parte que se debe al cambio producido en el interior de las clases (intravarianzas) y aquélla que se modifica como consecuencia de un acercamiento o alejamiento de las medias de las G clases con respecto a la media general (intervarianza).

Ambos movimientos pueden captarse con mayor nitidez en el siguiente gráfico:

ses C., C. v Ct a la media deheral (10 que implica una banden

interior de cada clase. Estos movimientos conjugados resultan en una concentración menor en p + r que en p.

Como se puede adventir con facilidad examinando la ecuación (9), la descomposición del cambio de la varianza es sansible e efectos de esdalua. Por ello pareca recumendable,



PRODUCTO SONAPA

Entre las curvas p y p + r se advierte un cambio en la posición y en la dispersión. La distribución p + r, además de mostrar un promedio más elevado que el de p, presenta un menor nivel de concentración (los valores de la variable están más cerca de la media). En este movimiento general se puede reconocer un acercamiento de los promedios de las clases C'<sub>1</sub>, C'<sub>2</sub> y C'<sub>3</sub> a la media general (lo que implica una tendencia a la igualación en la distribución del ingreso interclases); y además una clara propensión a la equidistribución al interior de cada clase. Estos movimientos conjugados resultan en una concentración menor en p + r que en p.

Como se puede advertir con facilidad examinando la ecuación (9), la descomposición del cambio de la varianza es sensible a efectos de escala. Por ello parece recomendable,

antes de proceder a la resta de las ecuaciones (7) y (8), dividir cada una de ellas por el cuadrado de la media aritmética general de cada distribución. De esta manera se de finen las igualdades:

(10) 
$$\frac{s_{p}^{2}}{\bar{y}_{p}^{2}} = \frac{s_{d,p}^{2}}{\bar{y}_{p}^{2}} + \frac{s_{e,p}^{2}}{\bar{y}_{p}^{2}}$$

(11) 
$$\frac{s_{p+r}^{2}}{\bar{y}_{p+r}^{2}} = \frac{s_{d,p+r}^{2}}{\bar{y}_{p+r}^{2}} + \frac{s_{e,p+r}^{2}}{\bar{y}_{p+r}^{2}}$$

Para simplificar la notación definamos:

$$\frac{s_{p}^{2}}{\bar{y}_{p}^{2}} = W_{p}; \frac{s_{d,p}^{2}}{\bar{y}_{p}^{2}} = W_{d,p}; \frac{s_{e,p}^{2}}{\bar{y}_{p}^{2}} = W_{e,p}$$

$$\frac{s_{p+r}^{2}}{\bar{y}_{p+r}^{2}} = W_{p+r}; \quad \frac{s_{d,p+r}^{2}}{\bar{y}_{p+r}^{2}} = W_{d,p+r}; \quad \frac{s_{e,p+r}^{2}}{\bar{y}_{p+r}^{2}} = W_{e,p+r}$$

Reemplazando estas expresiones en (10) y (11) y restando (11) a (10) llegamos a: 100 somet (21) soloso a 103

(12) 
$$W_p - W_{p+r} = (W_{d,p} - W_{d,p+r}) + (W_{e,p} - W_{e,p+r})$$

cia sobre los términos correspondientes, es decir, sólo sobre

La interpretación de esta ecuación es absolutamente equivalente a la de la igualdad (9), ya que sólo se ha introcido un factor de corrección para eliminar la sensibilidad a cambios de escala.

ľ

Además sabemos por la ecuación (4) que las intravarianzas totales en los momentos p y p+r, corregidas por el efecto escala, responderán a:

(13) 
$$W_{d,p} = \frac{s_{d,p}^2}{\bar{y}_p^2} = \frac{\sum_{i=1}^{g} s_{d,g,p}^2 h_{g,p}}{|\bar{y}_p^2|}$$

(14) 
$$W_{d,p+r} = \frac{s_{d,p+r}^2}{\bar{y}_{p+r}^2} = \frac{\sum_{q=1}^{n} s_{d,q,p+r}^2}{\bar{y}_{p+r}^2}$$

La diferencia entre ambas ecuaciones se puede descomponer de la siguiente manera:

(15) 
$$W_{d,p} - W_{d,p+r} = (W_{d,1,p} - W_{d,1,p+r}) + (W_{d,2,p} - W_{d,2,p+r}) + \dots$$

donde 
$$W_{d,g,p} = \frac{S_{d,g,p}^2 h_{g,p}}{\bar{Y}_p^2}$$
 (g = 1, 2, ... G)

$$y$$
  $W_{d,g,p+r} = \frac{s_{d,g,p+r}^2 h_{g,p+r}}{\bar{y}_{p+r}^2}$   $(g = 1, 2, ... G)$ 

En la ecuación (15) hemos cuidado de hacer la diferencia sobre los términos correspondientes, es decir, sólo sobre los componentes definidos para cada clase en los tiempos p y p+r.

La igualdad (15) resulta ser una descomposición del primer término encerrado entre parentesis en el lado derecho de la ecuación (12) y por lo tanto se puede interpretar como el aporte que realiza cada grupo a la variación de la intravarianza total.

Aún cuando la apariencia de estas ecuaciones resulta complicada las ideas que están expresando son extremadamente simples. Un ejemplo numérico acerca del tipo de resulta dos que surgen de la aplicación de estas ecuaciones nos permitirá mostrar de manera sencilla el alcance de estas expresiones formales.

Supongamos que nuestra información se ha dividido en tres grupos; que hemos realizado los cálculos de todos los términos W en los instantes p y p+r y que al reemplazar los valores correspondientes en la ecuación (12) llegamos al siguiente resultado:

$$0,4 = 0,3 + 0,1$$

Esto quiere decir que ha habido una tendencia a la igualación en la distribución del ingreso en el lapso trans currido entre p y p+r (el valor es positivo porque la varia bilidad en p es mayor que en p+r); es decir, la concentración en este segundo momento es menor que en el primero). De este cambio global un 75% (0,3/0,4) es debido a una des concentración del ingreso dentro de los grupos y sólo un 25% (0,1/0,4) a una menor dispersión de las medias de los grupos con respecto a la media general.

La ecuación (15) a su vez permite la descomposición de la variabilidad intragrupal. Así, siguiendo con el ejem plo, supongamos que la ecuación (15) origina los siguientes valores:

$$0,3 = 0,05 + 0,10 + 0,15$$

Esta igualdad nos indica que el primer grupo aporta 1/6 (0,05/0,30) al cambio de la intravarianza total entre p y p+r. Los grupos 2 y 3 aportan 1/3 (0,10/0,30) y 1/2 (0,15/0,30), respectivamente a esta variación.

Sería conveniente disponer de una ecuación de la misma naturaleza para descomponer la intervarianza. Esta igualdad se puede obtener a partir de las ecuaciones (6) y (9), corrigiendo por el cuadrado de la media. De esta manera se concluye que:

(16) 
$$W_{e,p} - W_{e,p+r} = (W_{e,1,p} - W_{e,1,p+r}) + (W_{e,2,p} - W_{e,2,p+r}) + \cdots$$

donde 
$$W_{e,g,p} = \frac{s_{e,g,p}^2}{\bar{y}_p^2}$$
 (g = 1, 2, ... G)

$$y W_{e,g,p+r} = \frac{s_{e,g,p+r}^2}{\bar{Y}_{p+r}^2}$$
  $(g = 1, 2, ... G)$ 

Los términos entre paréntesis de la ecuación (16) indican el aporte que hace cada uno de los G grupos al cambio de la intervarianza.

Siguiendo con el ejemplo, sabíamos que el aporte de la variación de la intervarianza a la desconcentración del ingreso era igual a 0,1. Supongamos que al realizar las operaciones indicadas en (16) llegamos a los siguientes resultados:

$$0,1 = 0,025 + 0,035 + 0,040$$

Esto significa que de la contribución total que hace el cambio de la intervarianza al proceso de democratización en la distribución del ingreso, un 25% corresponde al primer grupo, un 35% al segundo y un 40% al tercero.

Los resultados de la aplicación del conjunto de ecuaciones que hemos desarrollado pueden ser presentados de manera resumida en una tabla que sintetiza la información que hemos manejado:

CUADRO 3.1

DESCOMPOSICION DEL CAMBIO DE LA VARIABILIDAD TOTAL

GRUPOS	INTRAVARIABILIDAD	INTERVARIABILIDAD	TOTAL
G <sub>1</sub>	0,050	0,025	0,075
G <sub>2</sub>	0,100	0.035	0,135
G <sub>3</sub>	0,150	0,040	0,190
	0,300	0,100	0,400

Los resultados de las dos primeras columnas numéricas ya han sido comentados y el tipo de análisis a que dan lugar es independiente del número de grupos considerados. En consecuencia no abundaremos en mayores detalles, especial mente porque en la próxima sección presentaremos un análisis bastante más pormenorizado. La tercera columna puede ser in terpretada como el aporte total que hace cada uno de los G grupos al cambio en la concentración de la distribución. Este resultado tiene una justificación algebraica a través de la suma término a término de los elementos de las ecuaciones (15) y (16):

composition del cambio is las von mana la iditividad en el

$$(17) W_{p} - W_{p+r} = (W_{d,p} - W_{d,p+r}) + (W_{e,p} - W_{e,p+r}) =$$

$$= ((W_{d,1,p} - W_{d,1,p+r}) + (W_{e,1,p} - W_{e,1,p+r})) +$$

$$+ ((W_{d,2,p} - W_{d,2,p} - W_{d,2,p+r}) + (W_{e,2,p} - W_{e,2,p+r})) + \cdots$$

$$+ ((W_{d,G,p} - W_{d,G,p+r}) + (W_{e,G,p} - W_{e,G,p+r}))$$

Los términos encerrados por los parentesis cuadrados son los aportes que cada grupo hace al cambio de la variabilidad total. En la tabla resumen se observa que el grupo 1 aporta un 18,75% al cambio de la concentración, mientras que el aporte de los grupos 2 y 3 es de 33,75% y 47,50%, respectivamente.

El mismo cuadro señala también que podemos evaluar -dentro del aporte que cada grupo ha hecho al cambio en la concentración- la contribución relativa de la intra y de la intervariabilidad. Así por ejemplo, del aporte de 0,190 que hace el grupo 3 al cambio en la concentración total, un 78,95% (0,150) se debe al proceso de igualación ocurrido en su interior entre p y p+r.

Por último quisiéramos agregar a la propiedad de des composición del cambio de las varianzas, la aditividad en el tiempo. Para analizar esta propiedad agreguemos a los momentos p y p+r el instante p+r+s y apliquemos la ecuación (12) a pares consecutivos en el tiempo. La comparación entre p y p+r es igual a:

$$W_{p} - W_{p+r} = (W_{d,p} - W_{d,p+r}) + (W_{e,p} - W_{e,p+r})$$

Al comparar p+r con p+r+s tenemos:

$$W_{p+r} - W_{p+r+s} = (W_{d,p+r} - W_{d,p+r+s}) + (W_{e,p+r} - W_{e,p+r+s})$$

Al sumar miembro a miembro ambas ecuaciones se llega a:

$$W_p - W_{p+r+s} = (W_{d,p} - W_{d,p+r+s}) + (W_{e,p} - W_{e,p+r+s})$$

27 . . .

Al examinar la estructura de las ecuaciones se puede advertir que si hemos hecho el cálculo entre los instantes p y p+r+s y entre p y p+r, estaremos capacitados para obtener la variación en la concentración entre p+r y r+s restando al cambio ocurrido entre p y p+r+s el valor del cambio entre p y p+r. En síntesis se concluye que las igualdades que permiten analizar la variación en la concentración son aditivas a través del tiempo.

La extensión de la aditividad en el tiempo a un núme ro cualquiera de instantes o lapsos es inmediata y no presenta ninguna complicación adicional a las que ya hemos considerado.

La propiedad de aditividad es independiente del hecho que las distribuciones se ubiquen en el tiempo o en el espacio. Si se compara la distribución de una variable en tres países o regiones no habría en principio ninguna dificultad para calcular la diferencia en la concentración entre dos unidades cualesquiera conociendo las diferencias en tre los pares restantes. Esta propiedad aplicada sobre el espacio se puede generalizar a un número cualquiera de comparaciones entre unidades.

En la próxima sección presentaremos un ejemplo de aplicación de las ideas desarrolladas en este parágrafo con datos construidos a partir de información estadística real.

## IV. UN EJEMPLO NUMERICO DE APLICACION DE LA DESCOMPOSICION DE LA VARIANZA AL CAMBIO DE LA CONCENTRACION\*

La información que trabajaremos en esta sección se encuentra en la recopilación realizada por Arturo León\*\*

ción personal y familiar del ingreso . Chile 1970-1973. PROELCE 1976 .

<sup>\*/</sup> Todos los resultados que se presentan en esta sección han sido computados con calculadoras de bolsillo. Por lo tanto el lector encontrará pequeñas diferencias en las cifras que derivan de las aproximaciones efectuadas.

\*\*/ A. León, "Antecedentes para el análisis de la distribu-

de datos relativos a la distribución del ingreso personal en Santiago de Chile para el período 1970-1973. La utilización que haremos de esta información sólo cumple fines ilustrativos. No es nuestro propósito entrar a discutir acerca de las características de los modelos sociales, políticos y económicos en los cuales se inscribe el problema de la distribución del ingreso.\*

the on nahry white at at malanedge all

Las tablas estadísticas sobre la distribución del ingreso personal que figuran en la recopilación de Arturo León clasifican la información en seis categorías ocupacionales (G = 6): obreros, empleados, trábajadores por cuenta propia, empleadores, fuerzas armadas y empleados domésticos. En el interior de cada una de estas categorías nos presentan la distribución del ingreso personal por tramos definidos en función de sueldos vitales. La información estadística detallada sobre la cual hemos construido nuestro análisis se incluye en el Anexo 1\*\*.

En el cuadro No. 4.1. presentamos la descomposición de la varianza total en intra e intervarianzas para los tres años considerados.\*\*\*

<sup>\*/</sup> El trabajo de J. Serra y A. León, intitulado "La redistribución del ingreso en Chile durante el gobierno de la Unidad Popular. Exito y frustración".

(FLACSO-Santiago, 1978) es un primer intento por vincular los cambios en la distribución del ingreso ocurridos en Chile durante 1970 y 1973 con las políticas económicas.

<sup>\*\*/</sup> En los cálculos no hemos considerado el número de de socupados, fundamentalmente por carecer de los datos apropiados. En sentido estricto en un estudio que pretenda analizar el proceso real de concentración del ingreso habría que incluir una categoría con las personas a quienes corresponde un ingreso nulo.

<sup>\*\*\*/</sup> Los cuadros que incluímos en esta sección son resultados parciales de los procedimientos de cómputo que detallamos en el Anexo 2, en conformidad con los desarrollos algebraicos presentados en la sección ante rior.

### -c.tosquad singed a CUADRO 4.1. sion stonestoom's su

### VARIANZA TOTAL: INTER E INTRAVARIANZA

Varianzas inter e intragrupos	1970	1971	1972 W
Intravarianza	2.981.186,6	4.151.553,1	6.589.542,1
Intervarianza	1.689.459,3	1.859.853,7	2.703.973,5
Varianza	4.670.645,9	6.011.406,8	9.293.515,6

Los totales que se presentan en la primera línea de este cuadro se forman por la suma de los aportes que hacen cada una de las categorías ocupacionales. Así por ejemplo, la intravarianza total para el año 1971 es igual al total de la columna correspondiente del cuadro No. 4.2

### CUADRO 4.2.

#### INTRAVARIANZAS

Cat. Ocupacionales	1970	1971	1972
Obreros	95.549,8	128.303,7	292.190,6
Empleados	1.463.582,5	2.821.399,3	4.720.297,8
T x C propia	508.754,2	795.388,9	1.004.207,9
Empleadores	871.496,2	351.833,6	465.691,9
F. Armadas	12.888,7	41.834,3	60.679,4
E. Domésticos	28.915,5	12.793,3	46.474,9

2.981.186,6 4.151.553,1 6.589.542,1

La importancia relativa de cada categoría ocupacional dentro del total de cada año mide la contribución que
realiza a la intravarianza de ese año. De la misma manera
se forma la línea correspondiente a la intervarianza en el
cuadro No. 4.1.: por ejemplo, el valor numérico de la intra
varianza en 1972 es igual a la suma de la tercera columna
del cuadro siguiente:

CUADRO 4.3.
INTERVARIANZAS

Cat. Ocupacionales	1970	1971	1972
			-
Obreros	249.564,3	406,544,0	691.665,2
Empleados	165.523,2	446.249,3	547.707,7
T x C propia	5.460,2	37.497,8	22.800,3
Empleadores	1.165.152,5	740.683,4	1.079.251,4
F. Armadas	428,9	4.343,8	19.671,5
E. Domésticos	103.330,3	224.535,6	342.877,7
	BASA	THE PARTY ASSESSMENT	
TOTAL	1.689.459,3	1.859.853,7	2.703.973,5

La importancia relativa de cada casilla dentro del total de la columna nos indica el aporte de cada categoría ocupacional a la intervarianza del año.

El cuadro siguiente (No. 4.4) se obtiene a través de la suma de los valores que figuran en las casillas correspondientes de los cuadros 4.2 y 4.3. Así por ejemplo el valor de la casilla definida por la categoría "obreros" y el año 1970, se obtiene sumando los resultados que para la misma figuran en los cuadros de intra e intervarianzas.

- Harle and the two set CUADRO 4.4 wide in a long local with the VARIANZA TOTAL: CATEGORIAS OCUPACIONALES

SD SINUMLIBRE	SEALL ENSIVOID	BELIEULE LIGHT	Sauto Page an at
Cat. Ocupacionales	1970	1971	1972
Obreros	345.114,1	534.847,7	983.855,8
Empleados	1.629.105,7	3.267.648,6	5.268.005,5
T x C propia	514.214,4	832.886,7	1,027.008,2
Empleadores	2.036.648,7	1.092.517,0	1.544.943,3
F. Armadas	13.317,6	46.178,1	80.350,9
E. Domésticos	132.245,8	237.328,9	389.352,6
TOTAL	4.670.646,3	6.011.407,0	9.293.516,3

Una característica notable de la información provis ta por este cuadro es el alto aporte que hacen a la varianza total, para todos los años, las categorías "empleados" y "empleadores". Este hecho puede ser una consecuencia tan to de un problema en la definición de estas clases como de un efecto de escala.

Al examinar la información contenida en los cuadros 4.2 y 4.3 se aprecia que el aporte que hace la categoría "empleados" a la varianza total (1970: 1.629.105,7; 1971: 3.267.648,6; 1972: 5.268.005,5) se debe fundamentalmente a un problema en su definición. Esta clase estadística parece estar compuesta por un amplio espectro de grupos de ingreso, lo que se refleja en la importancia relativa de las intravarianzas: 1.463.582,5/1.629.105,7 (89,8%), 2.821.399,3/ 3.267.648,6 (86,3%), 4.720.297,8/5.268.005,5 (89,6%), para los años 1970, 1971 y 1972, respectivamente.

En el caso de la categoría "empleadores" el alto va lor de la varianza se debe primordialmente a las intervarian zas. La importancia relativa de las intervarianzas alcanza los valores 57,2%; 67,8%; y 69,9%, para los años 1970, 1971 y 1972, respectivamente. Esto significa que el aporte de esta clase estadística proviene fundamentalmente de la ubicación de su promedio con respecto a la media general de la distribución.

Queda claro entonces que la contribución significativa que hacen ambas categorías a la varianza total difiere en su composición. En el caso de los empleados parece evidente que existe un problema de heterogeneidad, mientras que en el caso de los empleadores el aporte del sector pareciera ser genuino.

En cuanto a las otras categorías ocupacionales podría hacerse un análisis semejante. En términos generales encontramos también un problema de definición en las categorías "trabajadores por cuenta propia" y "Fuerzas Armadas", no aconteciendo lo mismo con los restantes grupos.

Por otra parte, la comparación de las varianzas a través de los años nos indica un fuerte crecimiento de la varianza total para todas las categorías ocupacionales. Esta situación es un reflejo nítido de un efecto de escala. Es conocido el proceso hiperinflacionario que afectó a Chile durante la última década. Los datos incorporan el efecto de este proceso.

Respecto a los problemas de definición de las distintas categorías ocupacionales no nos es posible afinar la información. El efecto escala en cambio se corrige -de acuerdo con las ecuaciones de la sección precedente- dividiendo los datos de cada año por el cuadrado de su correspondiente promedio general, los cuales resultan ser: 2.916.922,4 en 1970, 5.998.090,8 en 1971 y 12.215.724,0 en 1972.

Los cuadros siguientes presentan los valores corregidos por el efecto escala.

CUADRO 4.5

VARIANZA TOTAL CORREGIDA POR EFECTO ESCALA (variabilidad total)

Inter e intra varianzas	1970	1971	1972
Intravarianza	1,022	0,692	0,539
Intervarianza	0,580	0,309	0,222

CUADRO 4.6

INTRAVARIANZAS CORREGIDAS POR EFECTO ESCALA (Intravariabilidad).

	-1		
Cat. Ocupacionales	1970	1971	1972
	Per a	-646.46	tidos gad
Obreros	0,033	0,021	0,024
Empleados .	0,502	0,470	0,386
T x C propia	0,174	00,133	0,082
Empleadores	0,299	0,059	0,038
F. Armadas	0,004	0,007	0,005
E. Domésticos	0,010	0,002	0,004
TOTAL	1,022	0,692	0,539

CUADRO 4.7. supple soupepe soul

# INTERVARIANZAS CORREGIDAS POR EFECTO ESCALA (Intervariabilidad)

Cat. Ocupacionales	1970	1971 200 14	1972
Obreros	0,086	0,068	0,057
Empleados	0,057	0,074	0,045
T x C propia	0,002	0,006	0,002
Empleadores	0,400	0,123	0,088
F. Armadas	0,000	0,001	0,002
E. Domésticos	0,035	0,037	0,028
TOTAL	0,580	0,309	0,222

CUADRO 4.8

VARIABILIDAD TOTAL: CATEGORIAS OCUPACIONALES

Cat. Ocupacionales	1970	1971	1972
0breros	0,119	0,089	0,081
Empleados	0,559	0,544	0,431
T x C propia	0,176	0,139	0,084
Empleadores	0,699	0,182	0,126
F. Armadas	0,004	0,008	0,007
E. Domésticos	0,045	0,039	0,032
	Leac o		
TOTAL	500,1,602	1,001	0,761
			(

Estas tablas estadísticas constituyen insumos nece sarios para proceder al análisis de los cambios experimen tados por la concentración del ingreso. Aún cuando en sí mismas pueden ser utilizadas para estudiar una serie de características de la distribución del ingreso personal en Santiago de Chile en el período 1970-1972, en este trabajo no abordaremos el examen de la información desde este punto de vista. Sólo nos preocuparemos por mostrar las bondades analíticas del método que hemos sugerido para examinar los cambios ocurridos en la concentración.

La información provista por los cuadros 4.5 a 4.8 permite construir un cuadro resumen (No. 4.9) cuyos valores provienen de las restas de los elementos correspondien tes de dichas tablas.

			Increveriabilitied
			FLACSO
			ECUADOR
0,092			abunda T
		0,240.	Philipadenes -
			RIBLIOTECA
			E. Domesticos
			Intol DabilideitaV
			agustido
			echselqns
			Tx C propia
	950,0		Dipleadores
			F. Augenea
			E. Domésticos
		105,0	Variabilided foral
		0,271	babilida kwavietni
			babilidarusvarini .

DESCOMPOSICION DEL CAMBIO DE LA VARIABILIDAD TOTAL, DISTIN-GUIENDO ENTRE INTER E INTRAVARIABILIDAD CORREGIDAS POR

EFECTO ESCALA

CUADRO 4.9

Intervariabilidad	1970-1971	1971-1972	1970-1972
	0,271	admarf =0,087 outam	0,358
Obreros	0,018	0,011	0,029
Empleados	- 0,017	0,029	0,012
T x C propia	- 0,004	0,004	0,000
Empleadores	0,277	0,035	0,312
F. Armadas	- 0,001	- 0,001	- 0,002
E. Domésticos	- 0,002	0,009	0,007
Intravariabilidad	0,330	0,153	0,483
Obreros	0,012	- 0,003	0,009
Empleados	0,032	0,084	0,116
T x C propia	0,041	0,051	0,092
Empleadores	0,240	0,021	0,261
F. Armadas	- 0,003	0,002	- 0,001
E. Domésticos	0,008	- 0,002	0,006
Variabilidad Total	0,601	0,240	0,841
Obreros	0,030	0,008	0,038
Empleados	0,015	0,113	0,128
T x C propia	0,037	0,055	0,092
Empleadores	0,517	0,056	0,573
F. Armadas	- 0,004	0,001	- 0,003
E. Domésticos	0,006	0,007	0,013
Variabilidad Total	0,601	0,240	0,841
Intervariabilidad	0,271	0,087	0,358
Intravariabilidad	0,330	0,153	0,483

El cuadro No. 4.9 está compuesto por cuatro secciones. Las tres primeras se refieren a la descomposición de la variabilidad total en intra e intervariabilidad, distinguiendo por categoría ocupacional. La última parte muestra el cambio de la variabilidad total separando el aporte de la inter y de la intravariabilidad.

Para ilustrar en sus líneas generales la potencialidad analítica del instrumento, empecemos el análisis por la filtima sección del cuadro.

Es claro que en el período ha habido sistemáticamen te una tendencia a la distribución del ingreso cada vez más igualitaria (los valores de la variabilidad total son positivos porque la de cada año consecutivo es menor, es decir, la dispersión en torno a la media disminuye). El impacto más fuerte se produjo en el año 1971 con respecto a 1970.

Por otra parte, la distribución más equitativa del ingreso en 1971 en relación a 1970 depende en un 45,1% (0,271/0,601) de la intervariabilidad y en un 54,9% (0,330/0,601) de la intravariabilidad; el cambio experimentado en 1972 con respecto a 1971 reconoce también como fuente principal a la intravariabilidad (63,75%) y secundariamente a la intervariabilidad (36,25%). En el período considerado (1970-1972) la reducción de la variabilidad total se explica en un 57.4% por lo ocurrido con la intravariabilidad y en un 42,6% por la alteración en la intervariabilidad.

Estas características asociadas a los cambios en las distribuciones de frecuencias nos señalan que en el caso analizado, la tendencia a la igualación en la distribución del ingreso entre 1970 y 1972 se descompone en dos tipos de movimientos: en primer lugar por su importancia relativa mayor una clara tendencia en favor de la equidistribución en el interior de las categorías ocupacionales; se-

cundariamente -aunque de importancia también sensible- un movimiento de igualación entre las categorías ocupacionales (acercamiento de los promedios de las clases estadísticas a la media total).

Sin embargo esta información no nos indica si dichos movimientos son homogéneos para todas las clases esta
dísticas o si se producen sólo en algunas de ellas. A
raíz de esta insuficiencia es que en el cuadro 4.9 hemos
incluído las tres secciones superiores, que se refieren pre
cisamente a la descomposición de la variabilidad total en
intra e intervariabilidad, pero reconociendo el aporte de
cada una de las categorías ocupacionales.

La contribución más significativa al cambio en la variabilidad total entre 1970 y 1971 corresponde a la cate goría ocupacional "empleadores", la cual aporta un 86% (0,517/0,601). Sin embargo, para el período 1971-1972 el aporte más importante es hecho por los empleados -con un 47%, seguidos por empleadores con un 23%- y por los trabajadores por cuenta propia, también con un 23%. Estas tres categorías explican pues el 93% del aporte de los grupos ocupacionales al cambio en dirección a una distribución más equitativa del ingreso.

Debemos notar que la modificación más pronunciada hacia una equidistribución se produce entre 1970 y 1971, en comparación con 1971-72. En consecuencia el aporte que corresponde a los empleadores en el movimiento total del perío do 1970-1972 es el de mayor relevancia (alcanza un 68,1%), quedando en segundo lugar la contribución del sector "emplea dos" (15,2%).

LLama también la atención en este cuadro la escasa participación en el movimiento de "democratización" de los ingresos de las categorías "obreros", "trabajadores por cuen ta propia" y "empleados domésticos". Todos estos grupos

ocupacionales tienen en común el hecho de participar en un movimiento general hacia la igualdad, exceptuándose sólo el sector "Fuerzas Armadas", donde se puede apreciar un le ve desplazamiento en dirección a una mayor concentración.

En resumen, se observa que la distribución del ingreso personal en Santiago de Chile tendió, en el período
1970-1972 a una mayor equidad. Ahora bien, el análisis de
la información relativa a la variabilidad total nos señala
que este movimiento se explica fundamentalmente por el apor
te que han realizado las categorías ocupacionales "empleadores", "empleados" y "trabajadores por cuenta propia".
Sin embargo, el análisis de esta información no nos permite
aún precisar si estas contribuciones se producen sustancial
mente por cambios en la distribución dentro de cada clase
estadística o por una tendencia a la disminución de las diferencias de ingresos entre ellas.

Examinemos a continuación la forma como se descompo ne el aporte de los grupos ocupacionales más significativos, separando la parte que proviene de alteraciones en el interior de cada categoría de aquélla que resulta de la modificación de su posición relativa.

La categoría occipacional "empleadores" exhibe un do ble movimiento hacia la igualdad "democrática". A simple vista se destaca que en el bienio 1970/1971 el aporte más importante al cambio tanto de la intra como de la intervaria bilidad se debe a este grupo. Para el período 1971-1972 su contribución a la equidistribución se debe prioritariamente a la intervariabilidad, vale decir, a un acercamiento de su promedio a la media general. Para el conjunto del período, o sea, para el trienio 1970/1972 el aporte de los empleadores resulta ser de la mayor importancia tanto por un proceso de reducción de la dispersión al interior del grupo como por una caída sustancial de su ingreso en relación con los res-

tantes grupos. Más adelante examinaremos algo más detalladamente este segundo tipo de contribución al cambio en la concentración.

La incidencia de los empleados, así como de los trabajadores por cuenta propia, no es de importancia en el bienio 1970/1971. Sí lo es en el período 1971-72, en que ambas categorías determinan casi totalmente el movimiento de la intravariabilidad. Sin embargo, difiere su participación en el cambio de la intervariabilidad, donde la contribución del sector "trabajadores por cuenta propia" es in significante; no así la de los empleados; que ocupan el segundo lugar detrás de los empleadores. Si el movimiento se refiere al período 1970-72, la importancia del papel que han jugado los empleados y los trabajadores por cuenta propia se limita a una distribución del ingreso más equitativa en el interior de cada grupo.

Hasta ahora no nos hemos preocupado por investigar la información que nos entregan los signos de los valores relativos a la intra e intervariabilidad consignados en el cuadro 4.9.

Como el signo de la intravariabilidad por categoría ocupacional (por ejemplo para la categoría "Fuerzas Armadas" en la columna 1970-1971) resulta de la diferencia entre las intravarianzas de 1970 y de 1971, un valor negativo significa que la intravariabilidad de 1971 es mayor que la de 1970. Si la varianza para las "Fuerzas Armadas" es mayor en 1971 que en 1970, esto significa una mayor dispersión, es decir, una mayor concentración de sus ingresos. Un signo positivo remitirá, por el contrario, a una tendencia a la igualación en el interior del grupo considerado. Así por ejemplo, los obreros experimentaron entre 1970 y 1971 una le ve tendencia a la "democratización" interna de sus ingresos, mientras que en 1971-72 se produjo un pequeño movimiento ha cia la concentración. El resultado conjugado de estos dos

movimientos produjo en definitiva una ligera "democratización" al interior de la categoría.

En síntesis, para la intravariabilidad una diferencia con signo positivo expresa una tendencia a la igualación interna, mientras que una con signo negativo refleja un movimiento hacia la concentración.

La información que provee el signo de la diferencia entre intervariabilidades no admite ser interpretada de manera tan inmediata.

En efecto, un valor negativo expresa que la interva riabilidad de, por ejemplo, 1971, es mayor que la de 1970, la cual se interpreta como un alejamiento de los promedios de las categorías en relación a sus respectivos promedios generales. Sin embargo, un signo negativo puede originarse de dos maneras distintas:

Dadas, por ejemplo, dos categorías ocupacionales, una por encima y la otra por debajo de la media general de la distribución en 1970, un alejamiento mayor con respecto al promedio de la distribución en 1971 generará un valor con signo negativo en el cambio de la intervariabilidad. Pero en el caso del grupo ubicado originalmente (en 1970) encima del promedio se tratará de una mejora relativa de su posición, en tanto que la categoría situada en 1970 bajo la media habrá experimentado un empeoramiento relativo.\*

Si el signo es positivo, tenemos una situación aná loga: aún cuando la intervariabilidad ha disminuído, es

<sup>\*/</sup> Notese que el mejoramiento o empeoramiento en la posición de las categorías ocupacionales es relativo, por cuanto no es contradictorio un empeoramiento relativo con una mejora absoluta (alza de la media general).

decir, los promedios de los grupos se han acercado a la media general, esto puede ser el resultado de un mejoramiento relativo de su posición (si el grupo originalmente estaba por debajo de la media general) o de un deterioro relativo (si estaba por encima de la media global).

La aplicación de estas ideas a los resultados del cambio en la intervariabilidad en el cuadro 4.9 nos permite construir el siguiente conjunto de tablas, que resumen la situación relativa de las seis categorías ocupacionales.

#### TABLA 4.1

## CAMBIOS EN LAS POSICIONES RELATIVAS DE LAS CATEGORIAS OCUPA-CIONALES (1970-71)

	MEJORAN	EMPEORAN
Originalmente por debajo	or elemelo due cat	r waabnu
de la media general	Obreros (+)	T.C. Propia (-) E. Domésticos (-)
Originalmente por enci-	J we acipudizable a	at promette de
ma de la media general	Empleados (~)	Empleadores (+)

ción, en tante que la catrocria situada en 1970 unio la me dia Habra experimentado un especialmente relative."

as topy chauge and someway formisson sa cobis to is

' Motava que el mejoramiento o empeoramiento en la posición de las dategorías ocupacionales es relativo, por cuanto de mo so contradictorio un enproramiento relativo con una me

#### . Pensamos que la estr 2.4 AJBAT las tublas puede ser

# CAMBIOS EN LAS POSICIONES RELATIVAS DE LAS CATEGORIAS OCU-

puesta an correspondencia con distintos momentos de la po

los cemblos acontecia	MEJORAN DECLYSO	
Originalmente por de- bajo de la media general	Obreros(+) T.C. propia (+) E. Domésticos(+)	V. CONCEUSIONES
Originalmente por encima de la media general	F. Armadas (-)	

El movimiento de los cambios en las intervariabilida des para el trienio 1970-1972 puede ser representado en la siguiente tabla resumen.

#### Cuenta el hucho que dos ots E. A ALBAT a pueden precentar el

# CAMBIOS EN LAS POSICIONES RELATIVAS DE LAS CATEGORIAS OCUPACIONALES (1970-1972)

	MEJORAN.	EMPEORAN
Originalmente por debajo de la media general	E. Domésticos(+)	March and Standard Assess
isificada de acquerdo a más	TO TOTA BIL HOLDEN.	ingual and and was
Originalmente por encima		
de la media general de le la se de la media general de la seria del seria del seria de la seria del seria		Empleados(+) Empleadores (+)

Pensamos que la estructura de las tablas puede ser puesta en correspondencia con distintos momentos de la política social y económica que se vivieron en Chile entre los años 1970 y 1972. Es probable que no sólo estas tablas, sino el conjunto de resultados que hemos presentado sirvan para interrogarse respecto a los cambios acontecidos durante este período.\*

#### V. CONCLUSIONES

Los desarrollos que se han presentado en las secciones precedentes se pueden ordenar alrededor del siguien te conjunto de ideas centrales:

- 1) El coeficiente de Gini, en su versión habitual, permite medir el grado o nivel de concentración de una distribución, pero no es sensible a cambios en su forma.
- 2) En la segunda sección hemos ofrecido algunas in dicaciones de naturaleza general que partiendo de la idea que individualiza al coeficiente de Gini, permiten tomar en cuenta el hecho que dos distribuciones pueden presentar el mismo nivel de concentración aunque sus formas sean diferentes. Siguiendo esta dirección hemos esbozado una posible solución mediante la construcción de un coeficiente Gini-intervalo.
- 3) Sin embargo la estrategia propuesta no parece fácilmente generalizable a distribuciones de frecuencias en que la información ha sido clasificada de acuerdo a más

<sup>\*/</sup> El lector interesado encontrará el en artículo ya cita do de J. Serra y A. León, un análisis más detenido de las políticas seguidas durante este período.

de un criterio. Aún cuando no se descarta la posibilidad de extender la definición del coeficiente de Gini a dos o más dimensiones. Así por ejemplo, si se tratase de estudiar la concentración de una distribución bidimensional de frecuencias se podría definir un coeficiente de Gini extendido, como la relación entre el volumen efectivo y el volumen máximo de concentración.

- 4) Cuando el interés del estudio radica en comparar dos o más distribuciones de frecuencias se podría aplicar la técnica de los coeficientes Gini-intervalo, siempre que las distribuciones fuesen unidimensionales. En virtud de las consideraciones expuestas en el punto anterior, cuando se intenta comparar distribuciones de dos o más dimensiones, dicha técnica se vuelve extremadamente compleja. Para este tipo de problemas es que proponemos recurrir al uso del teorema de descomposición de la varianza.
- 5) Si bien la técnica propuesta en la sección III no nos permite construir un indicador con límites conocidos del grado de concentración de la distribución, la simple propiedad de descomposición nos provee de un pode roso instrumento para estudiar los aportes de los distintos componentes del cambio total experimentado por la o las distribuciones.
- 6) En la cuarta sección hemos desarrollado un análisis a título de ejemplo, en que hemos hecho un uso extensivo de la propiedad de descomposición. La ilustración se realizó con una distribución de frecuencias de ingreso personal, clasificada por categorías ocupacionales y por tramos de sueldos vitales. Metodológicamente el rasgo más relevante de este ejercicio consistió en la posibilidad de identificar la contribución que las distin-

tas categorías ocupacionales han realizado al proceso ten diente a la equidistribución de la renta. Además se pudo señalar si dicho aporte se debía a un movimiento en el interior de las categorías ocupacionales (intravariabilidad) o a un desplazamiento de ellas con respecto al prome dio general (intervariabilidad).

7) En síntesis, en este trabajo esperamos haber mostrado con claridad que el coeficiente de Gini es un buen instrumento para medir grado de concentración, en distribuciones unidimensionales de frecuencias. Para el estudio comparativo de dos o más distribuciones pluridimensionales situadas en el tiempo o en el espacio se propone recurrir al teorema de descomposición de la varianza. Su potencialidad reside en la capacidad de identificación de las distintas fuentes que componen la variación en los niveles generales de concentración.

5) So ofen la técnica propuesta en la sección litra nos parmites constitúis de matandos con límites constitúis de matandos con límites constituidad de concentración de la distribución de la defición de la distribución de la defición de la distribución es.

6) En la cuarta sección numos desarrollado un máissis a rítulo de ejemplo, en que humos hacho un eso %tensivo de la proptednú de discomposición. Le liu ticco ón se resilló degenna distribución de frecuenci- en en
nieso personal, clasificada por categorías ocupacionales
y por tramos de sualdos vitales. Metodológicamento el
rasgo mís rejavante de este e jercicio constittó en la posibilidad de identificar la contribución que las distin-

#### ANEXO 1

DISTRIBUCION DEL INGRESO PERSONAL EN SANTIAGO DE CHILE, 1970-1972, POR CATEGORIAS OCUPACIONALES Y TRAMOS DE INGRESOS (en sueldos vitales).\*

<sup>\*/</sup> Información obtenida de A. León, "Antecedentes para el análisis de la distribución personal y familiar del in greso. Chile 1970-1973". PROELCE, 1976.

CUADRO 1: DISTRIBUCION DEL INGRESO PERSONAL POR CATEGORIAS OCUPACIONALES.

GRAN SANTIAGO, 1970.

Categoría de ocupación	Perc No.	eptores %	%Ingreso Total	Ingreso Total en c/categoría en E°	Ingreso Medio E°	Ingreso Medio Relativo (promedio=100
Obreros	1.533	31,1	14,7	1.240.641	809,3	47,5
Empleados	1.790	36,2	50,7	4.262.598	2.381,3	139,7
Trab.Cuenta Propia a/	951	19,3	17,4	1.461.616	1.536,9	90,1
Empleadores	115	2,3	12,1	1.014.593	8.822,6	517,4
Fuerzas Armadas	43	0,9	0,9	82.708	1.923,4	112,8
Empleados domésticos	502	10,2	4,2	350.702	698,6	41,0
TOTAL	4.934	100,0	100,0	8.412.358	1.705,1	

a/ Trabajador independiente con no más de dos personas contratadas, excluidos los familiares no remunerados.

DISTRIBUCION DEL INGRESO PERSONAL POR TRAMOS EN SUELDOS VITALES EN CADA CATEGORIA OCUPACIONAL.

CUADRO 2: OBREROS

Tramos de Ingresos (en sueldosvitales)	Perc No.	eptores %	Porcentaje Ingreso Total	Ingreso Total c/tramo en E°	Ingreso Medio en E°
0 a 0,5	167	36,8	27,4	31785°400	2,276,9
0 a 0,3	157	10,2	2,8	35.252	224,5
0,5 a 1	539	35,2	20,8	258.721	480,0
1 a 1,5	404	26,3	25,2	312.597	773,7
1,5 a 2,5	311	20,3	30,0	372.065	1.196,3
2,5 a 5	110	7,2	17,3	214.244	1.947,7
5 a 10	11	0,7	3,2	39.462	3.587,4
10 a 20	1	0,1	0,7	8.300	8.300,0
+ de 20	-	-		-	-
TOTAL	1.533	100,0	100,0	1.240.641	809,3

<sup>(-)</sup> Indica cifras nulas.

CUADRO 3: EMPLEADOS

+ ge. 50	46				
Tramos de Ingresos (en sueldosvítales)	Percep No.	otores %	Porcentaje Ingreso Total	ingreso Total c/tramo en Eº	Ingreso Medio en E
0 a 0,5 0,5 a 1	36 317 189	2,0	0,2	7.409 99.766	205,8 11003 527,9
1 a 1,5 1,5 a 2,5 2,5 a 5	249 447	13,9 25,0	12,9	194.123	779,6
5 a 10 10 a 20	511 235 104	28,5 13,1 5,8	24,2	1.162.400 1.033.479 870.743	2.274,9 4.397,8 8.372,5
+ de 20	19	1,1	8,1	346.400	18.231,6
COTAL COMPRESS :	. OBBI 1.790	100,0	100,0	4.262.598	2.381,3

CUADRO 4: TRABAJADORES POR CUENTA PROPIA

	'4				
Tramos de Ingresos (en sueldosvitales)	Perc No.	eptores	Porcentaje Ingreso Total	Ingreso Total c/tramo en E°	Ingreso Medio en E°
30.4.50		28,8-4	: 50 -		8.940.7
0 a 0,5	155	16,3	2,2	32.137	207,3
0,5 a 1	218	22,9	7,3	106.586	488,9
1 a 1,5	115	12,1	6,1	89.638	779,5
1,5 a 2,5	169	17,8	14,1	206.626	1.222,6
2,5 a 5	181	19,0	27,6	401.849	2.220,1
5 a 10 °	78	8,2	22,0	321.650	4.123,7
10 a 20	31	3,3	16,5	241.930	7.804,2
+ de 20	4	0,4	4,2	61.200	15.300,0
TOTAL	951	100,0	100,0	1.461.616	1.536,9

CUADRO 5: EMPLEADORES

TOTAL.	951	100:0	700'0	1.461.616	1.536,9
Tramos de Ingresos (en sueldosvítales)	Percep No.	tores & O'N	Porcentaje Ingreso Total	Ingreso Total c/tramo en E°	Ingreso Medio
10 8 20	31	3.3	16,5	241.930	7:804,2
0 a 0,5	- 78	- 872	-22,0	321:650	478314
0,5 a 1	2 181	1,70	0,1	1.000	500,0
1 a 1,5	- 169	-17,8	-7417	306,626	1,222,6
1,5 a 2,5	6115	5,25	0,8	8.250	1.375,0
2,5 a 5	19 578	16,5	4,8	48,300 280	2.542, 1.
5 a 10 0.2	25 122	21,7	11,2	113.600	4.544,0
10 a 20	33	28,8	29,1	295.043	8.940,7
Tranos de Indréeds	30 No.	26,1	1054,0. JOENT	548.400	18.280,0
TOTAL	115	100,0	100,0	1.014.593	8.822,5

<sup>(-)</sup> Indica cifras nulas.

CUADRO 6: FUERZAS ARMADAS

OTAL.	203	T00'0	700'6		698,6
Tramos de Ingresos (en sueldosvitales)	Perceptores		Porcentaje Ingreso Total	Ingreso Total c/tramo en E°	Invireso Medio en E
0 a 0,5	1	0,2	2,7	9.400	9.400,0
0,5 a 1	1	2,3	0,4	350	350,0
1 a 1,5	8	18,6	7,3	6.080	760,0
1,5 a 2,5	12	27,9	18,2	15.090	1.257,5
2,5 a 5	17	39,6	44,9	37.088	2.181,6
5 a 10	5	11,6	29,2	24.100	4.820,0
10 a 20	-	-	-	11 646	-
+ de 20	N-	tores.	Ingresso liberi	CAPTURE GO PA	av e.
TOTAL	43	100,0	100,0	82.708	1.923,4

<sup>(-)</sup> Indica cifras nulas.

CUADRO 7: EMPLEADOS DOMESTICOS

TOTAL	93	70000	100.0	85.308	T-923,4
	4				
Tramos de Ingresos (en sueldosvitales)	No.	eptores %_	Porcentaje Ingreso Total	Ingreso Total	Ingress Adio en E°
10 9 50					The state of the s
0 a 0,5	56.	11,2	3,9	13.596	242,8
0,5 a 1	180	35,9	24,6	86.211	478,9
1 a 1,5	185	36,8	40,8	143.310	774,6
1,5 a 2,5	76	15,1	24,6	86.285	1.135,3
2,5 a 5	3	0,6	1,8	6.250	2.083,3
5 a 10	1	0,2	1,6	5.650	5.650,0
10 a 20	1	0,2	2,7	9.400	9.400,0
(eu tide 20 rujes)	No.	esbercee	total osagai	C. Francis Cit 17	<del>7</del> 100
momay					
TOTAL	502	100,0	100,0	350.702	698,6

<sup>(-)</sup> Indica cifras nulas.

CUADRO 8: DISTRIBUCION DEL INGRESO PERSONAL POR CATEGORIAS OCUPACIONALES.

GRAN SANTIAGO, 1971.

Categoría de ocupación	Perceptores		*Ingreso Total	Ingreso Total en c/categoría	Ingreso Medio E°	Ingreso Medio Relativo
		the or an address of the second of	2	en E°		(promedio=100
Obreros	1.362	26,3	13,0	1.642.220	1.205,7	49,2
Empleados	2.081	40,2	57,5	7.288.840	3.502,6	143,0
Trab.Cuenta Propia a/	1.037	20,0	16,5	2.090.561	2.016,0	32,3
Empleadores	127	2,5	7,9	1.002.300	7.892,1	322,3
Fuerzas Armadas	55	1,1	1,3	169.260	3.077,4	125,7
Empleados domésticos	514	9,9	3,8	484,742	943,1	38,5
0.8032	700	1/3	7.8	30.084	30	8
TOTAL	5.176	100,0	100,0	12.677.923	2.449,0	100,0

DISTRIBUCION DEL INCHESO PERSONAL BOR TRAMOS EN SUELDOS VITALES EN CADA

a/ Trabajador independiente con no más de dos personas contratadas, excluidos los familiares no remunerados.

DISTRIBUCION DEL INGRESO PERSONAL POR TRAMOS EN SUELDOS VITALES EN CADA CATEGORIA OCUPACIONAL. GRAN SANTIAGO, 1971.

CUADRO 9: OBREROS

Tramos de Ingresos (en sueldosvitales)	Perceptores No. %		Porcentaje Ingreso Total	Ingreso Total c/tramo en E°	Ingreso Medio en E°	
sotiit .	5.175	T00*0	10010	_17, 677, 92 <del>3</del>	5.449.0 LOG.0	
0 a 0,5	100	7,3	1,8	30.084	300,8	
0,5 a 1	395	29,0	16,2	264.514	669,7	
1 a 1,5	390	28,7	24,8	403.558	1.034,8	
1,5 a 2,5	345	25,4	34,2	556.123	1.607,3	
2,5 a 5	123	9,0	20,5	333.776	2.713,6	
5 a 10	8	0,6	2,5	40.777	5.097,1	
10 a 20	1,362	505	13.0	1,642,220	1.205.7 - 49.2	
+ de 20	_	-	-	- 4 4 1	_	
				OU E,	(bidusero-T	
TOTAL	1.362	100,0	100,0	1.628.832	1.196,8	

<sup>(-)</sup> Indica cifras nulas.

CUADRO 10: EMPLEADOS

Tramos de Ingresos (en sueldos vitales)	No.	ceptores 9	Porcentaje Ingreso Total	Ingreso Total c/tramo en E°	Ingreso Medio en E°
A				233.140	10.625.70
0 a 0,5	16	0,8	0,1	4.440	277,5
0,5 a 1	128	6,1	1,2	90.814	709,5
1 a 1,5	241	11,6	3,4	247.448	1.026,3
1,5 a 2,5	501	24,1	11,6	843.474	1.683,6
2,5 a 5	667	32,0	28,0	2.040.555	3.059,3
5 a 10	377	18,1	29,8	2.172.099	5.761,5
10 a 20	129	6,2	19,8	1.441.950	11.177,9
+ de 20	22	1,1	6,1	448.060	20.336,4
POTAL	2.081	100,0	100,0	7.288.840	3.502,6

CUADRO 11: TRABAJADORES POR CUENTA PROPIA

		400.0			
Tramos de Ingresos (en sueldosvítales)	No.	erceptores %	Porcentaje Ingreso Total	Ingreso Total c/tramo en E°	Ingreso Medio en E°
0 a 0,5	159	15,3	2,1	42.963	270,2
0,5 a 1	202	19,5	6,2	129.746	642,3
1 a 1,5	166	16,0	8,3	173.451	1.044,9
1,5 a 2,5	190	18,3	15,2	318.422	1.675,9
2,5 a 5	209	20,2	30,2	633.289	3.030,1
5 a 10	36	8,3	23,3	497.250	5.782,0
10 a 20	21	2,0	10,7	223.140	10.625,7
+ de 20	4	sexuebrate 0,4	503,5	72.300	18.075,0
TOTAL	1.037	100,0	100,0	2.090.561	2.016,0

## CUADRO 12: EMPLEADORES

Tramos de Ingresos (en sueldos vitales)	No.	Perceptores %	Porcentaje Ingreso Total	Ingreso Total c/tramo en E°	Ingreso Medio en E°
, 0 a 0,5	15 1	0,8	43/4	400	400,0
0,5 a 1	1 1	0,8	350	300	800,0
1 a 1,5	5	3,9	0,5	5.500	1.100,0
1,5 a 2,5	6	4,7	1,1	10.850	1,808,8
2,5 a 5	23	18,1	7,3	73.100	3.178,3
5 a 10	45	35,4	28,2	281.200	6.248,9
10 a 20	34	26,7	38,6	387.250	11.389,7
+ de 20	12	9,4	24,3	243.200	20.266,7
TOTAL	127	100,0	100,0	1,002.300	7.892,1

CUADRO 13: FUERZAS ARMADAS

Tramos de Ingresos (en sueldos vitales)	No.	erceptores %	Porcentaje Ingreso Total	Ingreso Total c/tramo en E°	Ingreso Medio en E°
0 a 0,5	45	35,4	5873	281,700	6.248,9
0,5 a 1	23	18,1	27.5	17, 100	3.2364.5
1 a 1,5	11	20,0	6,5	10.985	996,6
1,5 a 2,5	15	27,3	15,1	25.530	1.702,0
2,5 a 5	17	30,9	33,0	55.945	3.290,9
5 a 10	12	21,8	45,4	76.800	6.400,0
10 a 20	200	-	-	-	-
+ de 20		Per of others	Ho-tentale	Ingriso Tobil	turness Necto
TOTAL	55	100,0	100,0	169.260	3.077,4

<sup>(-)</sup> Indica cifras nulas.

Set address 151 ONOTICE

CUADRO 14: EMPLEADOS DOMESTICOS

Tramos de Ingresos (en sueldos vitales)	Perceptores %		Porcentaje Ingreso Total	Ingreso Total c/tramo en E°		Ingreso Medio en E°	
	1 623	700 '0-	10000	17,595,261	3748	100,0	
0 a 0,5	47	9,1	3,2	15.405		327,8	
0,5 a 1	166	32,3	22,7	110.273	1	664,3	
1 a 1,5	188	36,6	39,6	191.710	2.025	1.019,7	
1,5 a 2,5	112	21,8	33,9	164.504	9,930	1.468,8	
2,5 a 5	17071	0,2	0,6	2.850	3-15	2.850,0	
5 a 10	2,345	42.1 -	55,9 -	9.882.354	4.62	7 - 132,7	
10 a 20	71350	1011 -	13.9 -	2.466.65-	1.880	2 23,3	
+ de 20							
de ecuacións	Her			on go		(brasedio 100)	
	he rost	Bollon	Ingress Tetal	Ingreso Total	IDVINGE	THUTGEO ISSUE	
TOTAL	514	100,0	100,0	484.742		943,1	

<sup>(-)</sup> Indica cifras nulas. DEP IMCHERO BEREOMYE BON CHIECOMINE OCHBYCIOMYERE

CUADRO 15: DISTRIBUCION DEL INGRESO PERSONAL POR CATEGORIAS OCUPACIONALES.

GRAN SANTIAGO, 1972.

		7.00		1	1	1
Categoría de ocupación	Perce No.	ptores %	%Ingreso Total	Ingreso Total en c/categoría en E°	Ingreso Medio E°	Ingreso Medio Relativo (promedio=100)
Obreros	1.326	26,1	13,9 -	2.466.656	1.860,2	53,3
Empleados	2.135	42,1	55,9	9.882.352	4.628,7	132,7
Trab.Cuenta Propia a	1.018	20,1	18,2	3.208.052	3.151,3	90,3
Empleadores	132	2,6	7,4	1.310.877	9.930,9	284,7
Fuerzas Armadas	43	0,8	1,2	217.418	5.056,2	145,0
Empleados domésticos	419	8,3	3,4 33	609.906	1.455,6	41,7
				72.408		74.8
TOTAL	5.073	100,0	100,0	17.695.261	3.488,1	100,0

CUMPRO 14: EMPLEADOS DOMESTICOS

a/ Trabajador independiente con no más de dos personas contratadas, excluidos los familiares no remunerados.

DISTRIBUCION DEL INGRESO PERSONAL POR TRAMOS EN SUELDOS VITALES EN CADA CATEGORIA OCUPACIONAL.

CUADRO 16: OBREROS

	tende to the second second second	TOOL O	100,0	9.882.352	4.628,7
Tramos de Ingresos (en sueldosvitales)	Pero No.	ceptores	Porcentaje Ingreso Total	Ingreso Total	Ingreso Medio en E°
10 4 20	733	8/1	23.5	2,320,527	13.413,5
0 a 0,5	54	4,1	0,8	19.282	357,1
0,5 a 1	240	18,1	8,3	204.149	850,6
1 a 1,5	354	26,7	18,7	460.988	1.302,2
1,5 a 2,5	400	30,1	32,3	796.314	1.990,8
2,5 a 5	251	18,9	32,8	810.925	3.230,8
5 a 10	26	2,0	6,6	162.999	6.269,2
10 a 20	1	0,1	0,5	11.999	11.999,0
# de 20 102)	Perce No.	savores -	Poroshtaje Ingreso Total	Indiviso Total c/tra= en E°	Ingreso Medio : er <del>.</del> E°
TOTAL	1.326	100,0	100,0	2.466,656	1.860,2

<sup>(-)</sup> Indica cifras nulas.

CUADRO 17: EMPLEADOS

#ORAT	1,326	T00°0	100,0 100,0 2,466,656		1.860,2
Tramos de Ingresos (en sueldos vitales)	Per No.	rœptores %	Porcentaje Ingreso Total	Ingreso Total c/tramo en E°	Ingreso Medio en E°
10.8.20	[	0,1	0,5	II.999	11:999,0
0 a 0,5	12 <sub>50</sub>	0,6	0,1	3.858	321,5
0,5 a 1	78	3,6	0,7	68.154	873,8
1 a 1,5	217	10,2	2,9	284.198	1.309,7
1,5 a 2,5	456	21,4	9,6	953.042	2.090,0
2,5 a 5	749	35,0	28,4	2.802.090	3.741,1
5 a 10	437	20,5	31,7	3.141.996	7.189,9
10 a 20	173	8,1	23,5	2.320.527	13.413,5
+ de 20	13	0,6	Mucyntale im 3'10 Total	308.487 to Gu E.	23.729,85%. 100,5500 Worgton
TOTAL VOKO 18: UPHE	2.135	100,0	100,0	9.882.352	4.628,7

CATEGORIA OCUPACIONAL.

N SUELDOS VITALES EN CADA

CUADRO 18: TRABAJADORES POR CUENTA PROPIA

Tramos de Ingresos (en sueldosvitales)	Per No.	rceptores	Porcentaje Ingreso Total	Ingreso Total c/tramo en E°	Ingreso Medio en E°
0 a 0,5	/	9010	255	35 022	(3.389.3
0 a 0,5	103	10,1	1,1	35.023	340,0
0,5 a 1	153	15,0	3,9	126.828	828,9
1 a 1,5	132	13,0	5,6	178.163	1.349,7
1,5 a 2,5	211	20,7	13,4	430.817	2.041,8
2,5 a 5	252	24,8	29,4	942.666	3.740,7
5 a 10	130	12,8	29,0	930.787	7.159,9
10 a 20	32	3,1	13,9	445.772	13.930,4
1) Subset 9 + do 20 02	5	0,5	3,7	117.996	23.599,2
TOTAL	1.018	100,0	100,0	3.208.052	3.151,3

CUADRO 19: EMPLEADORES.

			100,0	3 208 052	3,151,3
Tramos de Ingresos (en sueldos vitales)	Perce No.	ptores %	Porcentaje Ingreso Total	Ingreso Total c/tramo en E°	Ingreso Medio en E°
3 9 70	720	7510	5310	WV6 345	13,930,4
0 a 0,5	130	0,8	0,1	399	399,0
0,5 a 1	123	0,8	0,1	999	999,0
1 a 1,5	211	20,7	13,4	430.817	2.041,8
1,5 a 2,5	435	3,2	0,6	8.396	2.099,0
2,5 a 5	23	17,4	6,9	90.781	3.947,0
5 a 10	53	40,0	31,2	409.450	7.725,5
10 a 20	41	31,0	43,1	565.361	13.789,3
+ de 20	9 100	6,8	18,0	235.491	26.165,7
TOTAL	132	100,0	100,0	1.310.877	9.930,9

<sup>(-)</sup> Indica cifras nulas.

Indica cifras nulas

CUADRO 20: FUERZAS ARMADAS

LOEVE				603,306	1,455,6
Tramos de Ingresos (en sueldosvitales)	Pe No.	rceptores	Porcentaje Ingreso Total	Ingreso Total c/tramo en E°	Ingreso Medio en E°
0 a 0,5	2	0.7	372	21,507	7.182,2
0,5 a 1	18	4, 5	974	57.152	3,175,1
1 a 1,5	2	4,7	1,2	2.598	1.299,0
1,5 a 2,5	4	9,3	3,6	7.846	1.961,5
2,5 a 5	20	46,4	30,9	67.261	3.363,1
5 a 10	14	32,6	48,9	106.216	7.586,9
10 a 20	3	7,0	15,4	33.497	11.165,7
+ de 20	- 11.12	A Contract Transfer	s noisc <u>praje</u> - i	Ingreso lotal c/teumo eo Eº	UNITERO MONTO
TOTAL	43	100,0	100,0	217.418	5.056,2

<sup>(-)</sup> Indica cifras nulas. Do DOMESTICOS

### \_\_CUADRO 21: EMPLEADOS DOMESTICOS

majorial and developmentalises then safe majority above a se	43	100,0	700'0	217,418	5.056,2
Cramos de Ingresos (en sueldosvitales)	Perc No.	reptores	Porcentaje Ingreso Total	Ingreso Total c/tramo en E°	Ingreso Medio en E°
0 a 0,5	13	3,1 8	0,8	5.107	392,9
0,5 a 1	101	24,1	13,9	84.810	839,7
1 a 1,5	150	35,8	30,7	187.444	1.249,6
1,5 a 2,5	134	32,0	41,7	253.846	1.894,4
2,5 a 5	18	4,3	9,4	57.152	3.175,1
5 a 10	3	0,7	3,5	21.547	7.182,3
10 a 20		-	-	<u> </u>	
Lichett de 20	- 17L4	rochters =	Porcentaje Increso Total	Ingreso Total cAtrono en D	Ingreso Modio en Eº
OTAL	419	100,0	100,0	609.906	1.455,6

<sup>(-)</sup> Indica cifras nulas.

#### ANEXO 2

#### CALCULO DE LA INTER E INTRAVARIANZA

1. Procedimiento de cálculo de la intervarianza para los años 1970, 1971 y 1972.

De acuerdo con la información del cuadro 1 del Anexo 1 se ha procedido a calcular la intervarianza para 1970:

Categoría de ocupación	Ingreso Medio E° (Ȳg)	No. de per- ceptores (n <sub>g</sub> )	Proporción de percepto res (hg)	$(\bar{\mathbf{Y}}_{\mathbf{g}} - \bar{\mathbf{Y}})^2 \mathbf{h}_{\mathbf{g}}$	$(\bar{Y}_g - \bar{Y})^2 h_g / \bar{Y}^2$
Obreros	809,3	1.533	0,311	249.564,3	0,086
empleados	2.381,3	1.790	0,362	165.523,2	0,057
r.C. Propia	1.536,9	951	0,193	5.460,2	0,002
Empleadores	8.822,6	115	0,023	1.165.152,5	0,400
F. Armadas	1.923,4	43	0,009	428,9	0
E. Domésticos	698,6	502	0,102	103.330,3	0,035
₹ <sub>70</sub>	= 1.705,1	4.934	1,000 s <sub>e</sub> ,7	= 1.689.459,3 s <sup>2</sup>	$\sqrt{x_{70}^2} = 0,580$

Este procedimiento de cálculo de la intervarianza se ha aplicado a los cuadros 8 y 15 del Anexo 1. A continuación presentamos las tablas resumidas correspondientes a los años 1971 y 1972.

Así para 1971 tenemos:

Categoría de ocupación	$(\bar{Y}_g - \bar{Y})^2 h_g^2$	$(\overline{Y}_{q} - \overline{Y}) h_{q}/\overline{Y}^{2}$
	ARREST AUGUSTAL A STRUCT	CAUCUIA DELLA
Obreros	406.544,0	0,068
	6 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	COLUMN TO THE OFFI
T.C. Propia	37.497,8	0,006
Empleadores	740.683,4	op obveupa s 0,123
F. Armadas Arag Ara	realcal 8,848. Alateryarian	Anexo 1:100,0 procedido a
E. Domésticos	224.535,6	0,037

Y <sub>Q</sub> e <sup>5</sup> (V- <sub>Q</sub> V)	S <sub>e,71</sub> =	1.859.853,7 com	s <sup>2</sup> <sub>e71</sub> /v	2 71 = 0,309	tetotra de upecton
: 880,0 Y	para 1972:	1115,0	1.533	E 608	esiei
Categoría de ocupación	1,460.2	( $\overline{Y}_g - \overline{Y})h_g$	326	$(\overline{Y}_g - \overline{Y})^2 h_g / \overline{Y}$	siger9 D
Obreros Empleados T.C.Propia Empleadores	1.161,152,5 428,9 101,330,3	691.665,2 547.707,7 22.800,3 1.079.251,4	125 43 502	0,057 0,045 0,002 0,088	pleadones Adredas Demásticos
F.Armadas E.Domésticos	1,689,459,3 5	19.671,5	4,924	0,002	¥70

Se, 72=2.703.973,5 Se,72 / 172= 0,222

#### 2. Procedimiento de cálculo de la intravarianza la sociales en

El cálculo de la intravarianza se realiza con la distribución por tramos de ingresos (en sueldos vitales) para cada una de las seis categorías ocupacionales.

Así por ejemplo, la intravarianza de los obreros para 1970 se calcula con la información del cuadro 2 del Anexo 1:

presentance las tablas resumidas correspondiontes a los años 1971.

Tramos de ingresos (en sueldos vitales)	Ingreso medio(en E°) (Y i, o)	N°de percepto- res (n <sub>i</sub> )	Proporción de perceptores (h <sub>i</sub> )	(Y <sub>i</sub> -\overline{Y} <sub>i</sub> ) <sup>2</sup> h <sub>i</sub>
0 a 0,5 0,5 a 1,0 1,0 a 1,5 1,5 a 2,5 2,5 a 5,0 5,0 a 10,0 10,0 a 20,0 más que 20	224,5 480,0 773,7 1.196,3 1.947,7 3.587,4 8.300,0	157 539 404 311 110 11	0,102 0,352 0,263 0,203 0,072 0,007 0,001	34.883,1 38.170,4 333,3 30.403,1 93.308,7 54.024,9 56.110,6

$$\overline{Y}_{1,70} = 809,3$$
  $n_1 = 1.533$  1,000  $s_{d,1,70}^2 = 307.234,1$ 

De la misma manera se calculan las intravarianzas de todas las categorías ocupacionales para 1970, utilizando la información de los cuadros 3 a 7 del anexo 1.

#### Los resultados son:

Empleados:  $S_{d,2,70}^2 = 4.043.045,6$ T.C. Propia:  $S_{d,3,70}^2 = 2.636.032,0$ Empleadores:  $S_{d,4,70}^2 = 37.891.138,0$ F. Armadas:  $S_{d,5,70}^2 = 1.432.078,4$ E. Domésticos:  $S_{d,6,70}^2 = 283.484,8$ 

Para obtener la intravarianza total del año 1970 se pondera cada uno de estos valores por la importancia relativa de cada categoría ocupacional dentro del total. El resultado de esta operación se divide luego por el cuadrado dela media del año (corrección por el efecto de escala).

Categoría de Ocupación	Intravarianza	Proporción de perceptores (hg)	sd h	s <sub>d</sub> h <sub>g</sub> / ȳ <sup>2</sup>
Obreros	307.234,1	0,311	95.549,8	0,033
Empleados	4.043.045,6	0,362	1.463.582,5	0.502
T.C. Propia	2.636.032,0	0.193	508.754,2	0.174
Empleadores	37.891.138,0	0.023	871.496,2	0.299
F. Armadas	1.432.078,4	0.009	12.888,7	0.004
E. Domésticos	283.484,8	0.102	28.915,5	0.010
56.110,E	100,0	1,000 s <sub>d,7</sub>	ē 2.981,186,6	$S_{d,70}^2/\bar{Y}_{70}^2 = 1,022$

Al repetir este procedimiento para 1971 obtenemos:

ionales para 1970, utilizando la información de los quadros 3 a 7 del anexo

Categoría de Intravarianza Proporción de  $s_d^2 h_g / \bar{y}^2$  $(s_d^2)$ ocupación perceptores (hg) Obreros 487.846,6 0,263 128.303,5 0,021 **Empleados** 7.018.406,4 2.821.399,3 0,402 0,470 3.976.944,5 0,200 T.C. Propia 795.388,9 0,133 **Empleadores** 14.073.343,0 0,025 351.833,6 0,059 F. Armadas 3.803.119,6 0,011 41.834,3 0,007 E, Domésticos 129.225,3 0,099 12.793,3 0,002 BECENTER SEE

luent por el cuadrado dela media del año (corrección por el efecto

1,000  $s_{d,71}^2 = 4151.553,1$   $s_{d,71}^2/\bar{y}_1^2 = 0,692$ 

Para 1972 los resultados son:

Categoría ocupacional	Intravarianza (S <sup>2</sup> <sub>d</sub> )	Proporción de perceptores (h <sub>g</sub> )	s <sub>d</sub> h <sub>g</sub>	$s_d^2 h_g / \bar{y}^2$
Obreros	1.119.504,2	0,261	292.190,6	0,024
Empleados	11.212.297,8	0,421	4.720.297,8	0,386
T.C. Propia	4.996.059,4	0,201	1.004.207,9	0,082
Empleadores	17.911.226,0	0,026	465.691,9	0,038
F. Armadas	7.584.918,6	0,008	60.679,4	0,005
E. Domésticos	559.938,0	0,083	46.474,9	0,004

1,000 
$$s_{d,72}^2 = 6.589.542,1 \quad s_{d,72}^2 / \bar{Y}_{72}^2 = 0,539$$